Lösungen: Extrema und Wendepunkte - Aufgabe 3

E

3. Gegeben die ganzrationale Funktion $f(x)=\frac{1}{976}(2x^5+35x^4+200x^3+520x^2)$.

a) Bilde die 1. bis 3. Ableitung !

$$f'(x)=\frac{1}{976}(10x^4+140x^3+600x^2+1040x)$$

$$f''(x)=\frac{1}{976}(40x^3+420x^2+1200x+1040)$$

$$f'''(x)=\frac{1}{976}(120x^2+840x+1200)$$

b) Zeige: Die Funktion hat bei x=0 eine Nullstelle.

$$f(0)=\frac{1}{976}(2\cdot 0^5+35\cdot 0^4+200\cdot 0^3+520\cdot 0^2)=0$$

c) Zeige: Die Funktion hat bei x=0 einen Tiefpunkt.

$$f'(x)=\frac{1}{976}(10\cdot 0^4+140\cdot 0^3+600\cdot 0^2+1040\cdot 0)=0$$

$$f''(0)=\frac{1}{976}(40\cdot 0^3+420\cdot 0^2+1200\cdot 0+1040)=\frac{1040}{976}>0$$ **=> TP**

d) Zeige: Die Funktion hat bei x=-6,5 einen Wendepunkt und bei x=-2 einen Flachpunkt. Berechne die dazu gehörenden y-Werte !

$$f(6{,}5)=\frac{1}{976}(2\cdot(-6{,}5)^5+35\cdot(-6{,}5)^4+200\cdot(-6{,}5)^3+520\cdot(-6{,}5)^2)=6{,}5$$

$$f''(-6{,}5)=\frac{1}{976}(40\cdot(-6{,}5)^3+420\cdot(-6{,}5)^2+1200\cdot(-6{,}5)+1040)=0$$

$$f'''(-6{,}5)=\frac{1}{976}(120\cdot(-6{,}5)^2+840\cdot(-6{,}5)+1200)\approx 0{,}83\neq 0$$ **=> WP(-6,5 | 6,5)**

$$f(-2)=\frac{1}{976}(2\cdot(-2)^5+35\cdot(-2)^4+200\cdot(-2)^3+520\cdot(-2)^2)=1$$

$$f''(-2)=\frac{1}{976}(40\cdot(-2)^3+420\cdot(-2)^2+1200\cdot(-2)+1040)=0$$

$$f'''(-2)=\frac{1}{976}(120\cdot(-2)^2+840\cdot(-2)+1200)=0$$

Bei Flachpunkten ändert sich die Art der Krümmung vor und hinter dem Punkt nicht:

Lösungen: Extrema und Wendepunkte – Aufgabe 3

5

$$f''(-2+\varepsilon)=\frac{1}{976}\left(40\cdot(-2+\varepsilon)^3+420\cdot(-2+\varepsilon)^2+1200\cdot(-2+\varepsilon)+1040\right)=\ldots$$
$$\ldots=\frac{1}{976}\left(80+0\,\varepsilon+414+\varepsilon^2-40\,\varepsilon^3\right)$$

ist ε>0, dann überwiegt der Anteil von ε^2; der Wert für das Krümmungsverhalten nimmt zu. Dasselbe gilt für ε<0, da ε^2 immer >0 !

Also ändert sich das Krümmungsverhalten an dieser Stelle nicht

=> Flachpunkt FP(-2 | 1)

e) Zeichne die Funktion im Bereich von $-10 \leq x \leq 2$