

Die Schreibweise  $\sin^2(x)$  ist eine Abkürzung für  $(\sin(x))^2$ .

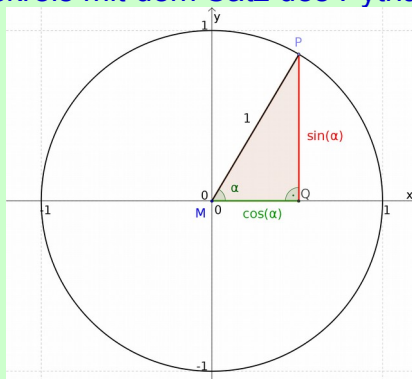
## C. Komplexe trigonometrische Gleichungen

1. Löse die folgenden Gleichungen für  $0 \leq x \leq 2\pi$

a) $\sin^2(x)=1$ $x_1=\frac{\pi}{2}; x_2=\frac{3}{2}\pi$	b) $2 \cdot \sin^2(x)=\frac{3}{2}$	c) $\cos^2(x)=0,2$ $x_1=1,107; x_2=5,176;$ $x_3=,035; x_4=4,249$
d) $\cos^2(x)=-1$ keine Lösung	e) $\tan^2(x)=1$ $x_1=\frac{\pi}{4}; x_2=\frac{5}{4}\pi;$ $x_3=\frac{3}{4}\pi; x_4=\frac{7}{4}\pi$	f) $\sin^2(x)=3\cos^2(x)$ $x_1=\frac{\pi}{3}; x_2=\frac{4}{3}\pi;$ $x_3=\frac{2}{3}\pi; x_4=\frac{5}{3}\pi$

2. Begründe, warum die Formel  $\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$  gilt !

Begründung erfolgt im Einheitskreis mit dem Satz des Pythagoras:



Die Katheten haben die Längen  $\sin(\alpha)$  und  $\cos(\alpha)$ , die Hypotenuse hat als Radius des Einheitskreises die Länge 1:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$1^2 = \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)$$

3. Aufgaben mit Tricks ! Löse die Aufgaben für  $0 \leq x \leq 2\pi$

a) $\sin(x) \cdot \cos(x) = 0$ $x_1=0; x_2=\pi;$ $x_3=\frac{\pi}{2}; x_4=\frac{3}{2}\pi$	b) $x \cdot \cos(x) - \frac{1}{2}x = 0$ $x_1=0;$ $x_2=\frac{\pi}{3}; x_3=\frac{5}{3}\pi$	c) $\cos^2(x) - \frac{3}{4} = 0$ $x_1=\frac{\pi}{6}; x_2=\frac{11}{6}\pi;$ $x_3=\frac{5}{6}\pi; x_4=\frac{7}{6}\pi$
d) $\sin(x) - \frac{1}{\sin(x)} = 0$	e) $2 \cdot \tan(x) + \frac{\sqrt{2}}{\cos(x)} = 0$	f) $\sin(x) - 5 \cos(x) = 0$ $x_1=1,373; x_2=4,515$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$ $x_1 = \frac{\pi}{2}; x_2 = \frac{3}{2}\pi$	$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi \right\}$ $x_1 = \frac{5}{4}\pi; x_2 = \frac{7}{4}\pi$	
g) $9 \cdot \sin^2(x) - 5 \cos^2(x) = 8$ $x_1 = \frac{\pi}{2}; x_2 = \frac{3}{2}\pi$	h) $\tan(x) - 2 \cdot \sin(x) = 0$ $x_1 = \frac{\pi}{3}; x_2 = \frac{5}{3}\pi;$ $x_3 = 0; x_4 = \pi$	i) $\sin^2(x) - 2 \cdot \sin(x) - 3 = 0$ $x_1 = \frac{3}{2}\pi$
j) $\sin^2\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$ $x_1 = \frac{\pi}{3}; x_2 = 0; x_3 = \pi;$ $x_4 = \frac{5}{3}\pi; x_5 = \frac{2}{3}\pi; x_6 = \frac{3}{3}\pi;$ $x_7 = 2\pi$		

4.

- a) Ein Schiff läuft auf ein Riff auf. Um es wieder frei zu bekommen, muss es die Flut abwarten. Die Wassertiefe  $d$  (in Metern) kann über die Formel  $d = 8 - 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right)$  berechnet werden, wobei  $t$  die Zeit (in Stunden seit Mitternacht) darstellt. Das Schiff hat einen Tiefgang von 9,2 Metern. Für die Arbeit werden mindestens 2 Stunden und 15 Minuten benötigt. Berechne, zu welchen Zeiten das Wasser tief genug ist und beurteile, ob die Zeit ausreicht, um das Schiff wieder flott zu bekommen!

$$t_1 = 4,22 \text{ h}; t_2 = 7,77 \text{ h}; t_3 = 16,21 \text{ h}; t_4 = 19,77 \text{ h}$$

$$\text{Test: } d(5) = 8 - 2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot 5\right) \approx 9,73 \text{ m (Flut)}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 7,77 - 4,22 = \mathbf{3,55 \text{ h}} \text{ (die Zeit reicht)}$$

- b) Eine Kolbenpumpe arbeitet gegen ein Rückschlagventil, welches bei einem Druck von 1,3 bar öffnet. Der Druck  $p$  (gemessen in bar) folgt dabei der Formel

$$p = 1,1 + 0,7 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot t\right) \quad , \text{ wobei } t \text{ die Zeit in Millisekunden seit Beginn der Messung}$$

anzeigt. Berechne die Öffnungszeit des Rückschlagventils in % und die Anzahl der Kolbenhübe pro Sekunde !

$$t_1 = 0,46 \text{ ms}; \quad t_2 = 4,54 \text{ ms} \Rightarrow \Delta t = 4,54 - 0,46 = 4,08 \text{ ms}$$

$$\text{Substitution: } \alpha = \frac{\pi}{5} \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{5\alpha}{\pi}$$

$$1 \text{ Phase: } \alpha = 2\pi \Rightarrow t = \frac{5 \cdot 2\pi}{\pi} = 10 \text{ ms}$$

$$\text{Öffnungszeit: } 40,8 \%$$

- c) \* Das menschliche Herz erzeugt in den Adern einen Druck, der mit der alten Einheit Torr (mm Hg) gemessen wird. Der Druck  $p$  schwankt mit dem Herzschlag. Er folgt dabei der Formel  $p = 100 + 20 \cdot \sin\left(\frac{8}{3} \pi \cdot t\right)$  , wobei  $t$  die Zeit in Sekunden darstellt. Berechne den größten (Systole) und den kleinsten (Diastole) Druck und die Herzfrequenz (Anzahl der Herzschläge pro Minute) !

$$\text{Systole: } 120 \text{ mmHg}$$

$$\text{Diastole: } 80 \text{ mmHg}$$

$$80 \text{ Herzschläge pro Minute}$$

